Problem 1

a) c) f)是格 b) 元素d和e没有最大下界

d) 元素b和c没有最小上界 e) 元素d和e没有最大下界

Problem 2

1) a∨(a∧b) ≥ a

2) a∧(b∨c) ≥ (a∧b)∨(a∧c)

3) b∧(c∨a) ≥ (b∧c)∨a

Problem 3

a, b, c∈L且a≤b≤c, 则a∨b=b, b∧c=b, a∨b=b∧c

Problem 4

S1 = {a} S2 = {b} S3 = {c} S4 = {d}

S5 = {a, b} S6 = {a, c} S7 = {b, d} S8 = {c, d}

S9 = {a, b, d} S9 = {a, c, d} S10 = {a, b, c, d}

Problem 5

对于任意的x, y∈S, 满足x≤a, y≤a, x∨y≤a, x∧y≤a

则x∨y∈S, x∧y∈S, 即<S, ≤>是L的子格

Problem 6

a) a和d互为补元, b和c无补元

c) a和f互为补元, b和c, b和d, c和e, d和e互为补元

f) a和f互为补元, b和e互为补元, c和d无补元

Problem 7

a) 是链, 是分配格, 不是有补格, 不是布尔格

c) 子格{a, b, c, e, f}同构于五角格, 不是分配格, 是有补格, 不是布尔格

f) 不含与钻石格或五角格同构的子格, 是分配格, 不是有补格, 不是布尔格

Problem 8

a∧0≤0, 0≤0且0≤a则0≤a∧0, a∧0=0

a∨0≥a, a≥a且a≥0则a≥a∨0, a∨0=a

a∧1≤a, a≤a且a≤1则a≤a∧1, a∧1=a

a∨1≥1, 1≥1且1≥a则1≥a∨1, a∨1=1

Problem 9

L(G)是一个集合, ∧和∨是L(G)上的二元运算, 对任意A, B, C∈L(G), 存在

A∩(B∩C)=(A∩B) ∩C, A∪(B∪C)=(A∪B)∪C, 满足结合律

A∩B=B∩A, A∪B=B∪A, 满足交换律, A∪(A∩B)=A, A∩(A∪B)=A, 满足吸收律

⟨L(G), ∨, ∧⟩是一个代数格, 对任意A, B∈L(G), 存在{A, B}的最小上界A∨B=A∪B

存在{A, B}的最小下界A∧B=A∩B, 则⟨L(G), ≤⟩是一个偏序格

A⊆B iff A∩B=A, 这个关系满足自反性, 对称性, 传递性, 代数格等同于偏序格